

膝-踝动力型假肢解耦控制研究*

王倩¹ 杨鹏^{1,2} 耿艳利^{1,2,3} 宣伯凯^{1,2} 胡冬¹

摘要

目的:膝-踝假肢的动力学模型是一个高阶、非线性、强耦合的系统。假肢膝关节运动之间存在耦合性,这种耦合性会导致系统控制效果不理想,甚至不可控。需设计解耦器简化膝-踝假肢系统动力学模型,降低假肢关节间的耦合度,提高系统的控制效果。

方法:首先根据拉格朗日方程分别建立下肢假肢支撑步态阶段与摆动步态阶段的动力学模型;然后设计积分型解耦器,在假肢动力学模型之前串联积分型解耦器,将假肢模型简化成多个单输入、单输出的系统;最后利用自适应迭代学习控制算法对解耦前后的膝-踝假肢的各关节运动轨迹进行跟踪。

结果:解耦后的膝-踝假肢系统收敛速度加快且收敛误差降低。

结论:积分型解耦器可以简化假肢系统动力学模型,降低假肢关节间的耦合度,提高系统的控制效果。

关键词 膝-踝动力型假肢;拉格朗日方程;动力学模型;积分型解耦器;自适应迭代学习控制

中图分类号:R496 **文献标识码:**B **文章编号:**1001-1242(2021)-12-1545-05

下肢假肢在一定程度能够帮助下肢截肢者恢复其工作和生活中的自理能力。目前,投入使用的假肢分为被动型假肢和主动型假肢,被动型假肢仅能为截肢者提供一定的支撑能力,因缺乏驱动单元,无法为截肢者的行走提供助力,难以适应复杂的地形^[1-2]。假肢研究主要集中在独立的膝关节假肢和踝关节假肢,膝-踝假肢的研究还甚少涉及。膝-踝动力型利用电机作为动力源,将智能检测与智能控制结合,能够显著提高假肢装置的稳定性、功能性,保证截肢者的安全性和舒适性^[3-5]。

建立下肢假肢动力学模型是研究下肢假肢的基础,目前常用的建模方法有牛顿-欧拉法和拉格朗日法^[6-7]。主动型下肢假肢的数学模型具有非线性强、状态变量间耦合性高等特点^[8-10],各个关节间交连耦合,每一个关节的运动都受到其他关节的耦合影响,又考虑到行走过程中模型参数误差及各类外界扰动等因素,控制难度大大增加。致使控制效果并不理想。文献^[11]针对机械臂动力学特性建模不准确和非线性,结合干扰抑制技术和交叉耦合控制,提出了一种基于动态解耦的鲁棒同步控制方法,实现了机械臂的运动轨迹跟踪。文献针对多关节的耦合性和惯性矩阵的不确定性问题,建立了多关节解耦动力学模型^[12],并将其作为前馈补偿器,选用虚拟分解的方法实现了对多自由机械臂的控制。针对输入信

号被嵌入到虚拟未建模动力学(virtual unmodeled dynamics, VUD)中且难以及时获得真实输入矢量的问题,提出了一种基于VUD和低阶线性模型的多变量解耦设计理念,实现了多变量、强耦合系统的解耦^[13]。在解耦控制中,解耦是手段,控制是目的,对一个耦合系统来说,解耦的程度会影响控制结果的好坏。

目前假肢控制包含力矩控制和位置控制,通过动力学模型获得假肢关节运动所需的扭矩方程,将获得的扭矩用于关节控制,实现了对3例截肢者不同行走步态下踝关节运动轨迹的有效跟踪^[14]。阻抗控制利用关节角度和角速度,确定其所需扭矩,将关节扭矩转化为电机扭矩实现假肢单关节的控制^[15-16]。针对下肢运动的周期性,提出了自适应迭代学习控制,并将其应用于多关节机械臂的轨迹跟踪,通过推导及仿真确定了其收敛性^[17]。

针对膝-踝动力型假肢强耦合性关键问题,本文基于其动力学模型设计积分型解耦器,并对解耦后的模型设计控制方法验证其就效果。

1 下肢假肢动力学模型

本文涉及的动力型膝-踝假肢的膝关节运动与踝关节运动均为单轴关节,只考虑沿矢状面旋转运动,将假肢与人体

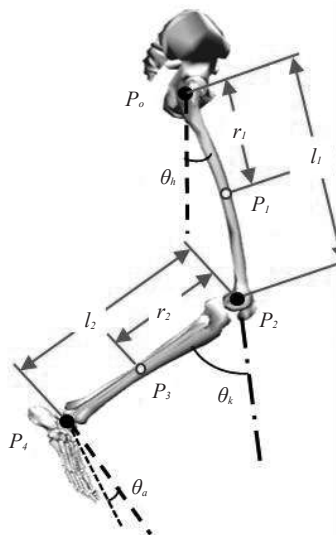
DOI:10.3969/j.issn.1001-1242.2021.12.011

*基金项目:国家自然科学基金青年科学基金项目(61803143,61703135,61903121);河北省自然科学基金(F2019202363);河北省教育委员会青年基金(QN2018140, QN2020252)

1 河北工业大学人工智能与数据科学学院,天津,300130; 2 河北工业大学智能康复装置与检测技术教育部工程研究中心; 3 通讯作者
第一作者简介:王倩,女,硕士研究生;收稿日期:2020-06-29

髋关节结合简化为多连杆模型进行分析,关节参数的定义见图1。

图1 下肢关节参数定义图



其中, θ_h 表示髋关节角度, θ_k 表示膝关节角度, θ_a 表示踝关节角度。 P_0 、 P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 分别表示髋关节、大腿质心、膝关节、小腿质心和踝关节位置。 l_1 表示大腿长度, l_2 表示小腿长度。 $r_1=l_1/2$, $r_2=l_2/2$ 。

根据脚底受力情况分析,下肢运动的一个步态周期可以分为两个阶段:支撑期和摆动期。支撑期阶段,人体的运动可以看作绕踝关节 P_4 旋转,以踝关节为固定点建立动力学方程,膝关节和髋关节的质心坐标为:

$$P_2 = (-l_2 \sin \theta_a, l_2 \cos \theta_a) \quad (1)$$

$$P_0 = (-l_2 \sin \theta_a - l_1 \sin(\theta_a + \theta_k), l_2 \cos \theta_a + l_1 \cos(\theta_a + \theta_k)) \quad (2)$$

每个关节的速度矢量为每个关节的质心求导:

$$v(p_i) = \frac{\partial p_i(x, y)}{\partial t} \quad (3)$$

拉格朗日函数为系统总动能与总势能之差,即:

$$L_1 = KE_1 - PE_1 \quad (4)$$

其中, KE 是系统的总动能, PE 是系统的重力势能。系统的动能包括大、小腿平移动能和转动动能,膝、踝关节力矩计算如下:

$$T_1 = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L_1}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L_1}{\partial \theta_i} \quad (5)$$

固下肢支撑期的动力学模型为:

$$T_1 = M_1(\theta) \ddot{\theta} + H_1(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} + G_1(\theta) \quad (6)$$

其中, M_1 为关节空间惯性矩阵, H_1 为哥式力和向心力的耦合矩阵, G_1 为重力矩阵。 $\theta_1 = [\theta_k, \theta_a]^T$, $T_1 = [T_k, T_a]^T$, T_k 、 T_a 分别为膝关节和踝关节的力矩。

同理,摆动期脚底不与地面接触,可将髋关节看作固定点,建立动力学方程。大腿、小腿质心坐标分别为:

$$P_1 = (r_1 \cos \theta_h, r_1 \sin \theta_h) \quad (7)$$

$$P_2 = (l_1 \cos \theta_h + r_2 \cos(\theta_h - \theta_k), l_1 \sin \theta_h + r_2 \sin(\theta_h - \theta_k)) \quad (8)$$

进而推得下肢摆动期动力学模型为:

$$T_2 = M_2(\theta) \ddot{\theta} + H_2(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} + G_2(\theta) \quad (9)$$

其中, T_2 是髋关节与膝关节驱动力矩矩阵。 $\theta_2 = [\theta_k, \theta_a]^T$, $T_2 = [T_h, T_k]^T$, T_h 为髋关节力矩。

2 假肢解耦策略研究

本文首先确定系统能够被解耦的充要条件,即能解耦性判别问题。然后,确定解耦控制律和解耦系统的结构,即解耦系统的具体综合问题。

2.1 假肢系统解耦性判定

将假肢动力学方程转化为状态方程形式,根据能解耦性判别判断系统的解耦性。

将(6)式转化为状态空间表达式,取状态变量为:

$$X = (x_1, x_2, x_3, x_4) \quad (10)$$

其 $\text{rank}(X)=4$, 令状态变量定义为 $x_1 = \theta_k$, $x_2 = \dot{\theta}_k$, $x_3 = \theta_a$, $x_4 = \dot{\theta}_a$ 。系统输入为 $U = (u_1, u_2) = (T_k, T_a)$ 。输出为 $Y = (y_1, y_2) = (\theta_k, \theta_a) = (x_1, x_3)$ 。

定义两个二阶矩阵分别为:

$$D = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{pmatrix}$$

令:

$$D = -M^{-1}H \quad (11)$$

$$N = M^{-1} \quad (12)$$

推导可得状态方程参数为:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & D_{11} & 0 & D_{12} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & D_{21} & 0 & D_{22} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ N_{11} & N_{12} \\ 0 & 0 \\ N_{21} & N_{22} \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

摆动期假肢系统 $\Sigma_0 = (A, B, C)$ 是一个四维输入、二维输出的受控系统。其采用状态反馈能解耦的充要条件是矩阵 E 为非奇异。即

$$\det E = \det \begin{pmatrix} c_1 A^{d_1} B \\ c_2 A^{d_2} B \end{pmatrix} \neq 0 \quad (13)$$

式中,定义 d_i 是满足不等式: $c_i A^{d_i} B \neq 0$ ($i=0,1,2,3$), 且介于 $[0,3]$ 的一个最小整数 l 。 c_i 为系统输出矩阵 C 中第 i 行向量。

并根据判式(13)得出 $d_1=d_2=1$, 从而判定 $\det E \neq 0$, 即支撑期假肢系统是解耦的。

同理,根据式(9)建立状态空间表达式,可判定摆动期假

肢系统也是能解耦的。

2.2 假肢解耦系统设计

设计积分型解耦系统,令 $E = \begin{pmatrix} c_1 A^{d_1} B \\ c_2 A^{d_2} B \end{pmatrix}$, $L = \begin{pmatrix} c_1 A^{d_1+1} \\ c_2 A^{d_2+1} \end{pmatrix}$, 则

闭环系统 $\Sigma_p = (A_p, B_p, C_p)$, 即:

$$x = A_p x + B_p v = (A + BK)x + BFv \quad (14)$$

$$y = C_p x = Cx$$

是一个积分型解耦系统。其中状态反馈矩阵为:

$$K = -E^{-1}L \quad (15)$$

输入变换矩阵为:

$$F = E^{-1} \quad (16)$$

闭环系统的传递函数为:

$$W_{K,F}(s) = C[sI - (A + BK)]^{-1}BF$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{s^{d_1+1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s^{d_1+1}} & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{s^{d_1+1}} \end{pmatrix} \quad (17)$$

式(17)表明,用式(15)和式(16)实现 (K, F) 解耦的系统,其每个子系统都相当于一个 $(d+1)$ 阶积分器独立子系统。

由上述分析知 $d_1=d_2=1$, 结合式(17)可得解耦后每个子系统都相当于一个 2 阶积分器的独立子系统。将假肢模型状态空间方程参数代入式(15)、式(16)中,得出:

$$K = \begin{pmatrix} 0 & k_1 & 0 & k_2 \\ 0 & k_3 & 0 & k_4 \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$F = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 \\ f_3 & f_4 \end{pmatrix} \quad (19)$$

其中

$$k_1 = \frac{D_{21}N_{12} - D_{11}N_{22}}{N_{11}N_{22} - N_{12}N_{21}} \quad k_2 = \frac{D_{22}N_{12} - D_{12}N_{22}}{N_{11}N_{22} - N_{12}N_{21}}$$

$$k_3 = \frac{D_{11}N_{21} - D_{21}N_{11}}{N_{11}N_{22} - N_{12}N_{21}} \quad k_4 = \frac{D_{12}N_{21} - D_{22}N_{11}}{N_{11}N_{22} - N_{12}N_{21}}$$

$$f_1 = \frac{N_{22}}{N_{11}N_{22} - N_{12}N_{21}} \quad f_2 = \frac{-N_{12}}{N_{11}N_{22} - N_{12}N_{21}}$$

$$f_3 = \frac{-N_{21}}{N_{11}N_{22} - N_{12}N_{21}} \quad f_4 = \frac{N_{11}}{N_{11}N_{22} - N_{12}N_{21}}$$

于是,积分型解耦闭环系统为:

$$\dot{x} = (A + BK)x + BFv$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} v$$

$$y = Cx = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} x \quad (20)$$

闭环系统的传递函数矩阵为:

$$W_{K,F}(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s^{d_1+1}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s^{d_2+1}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{s^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s^2} \end{pmatrix} \quad (21)$$

由此,设计假肢系统解耦结构如图2。

图2 假肢系统解耦结构图

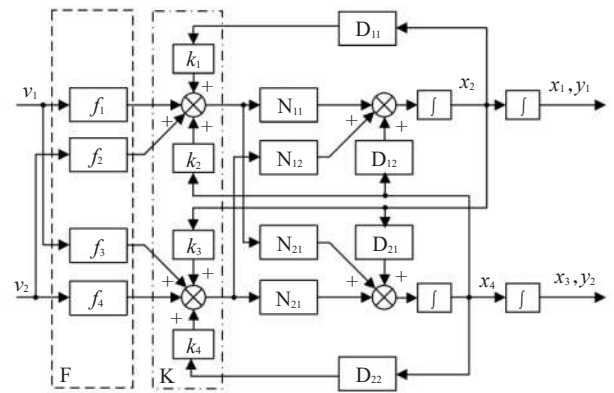
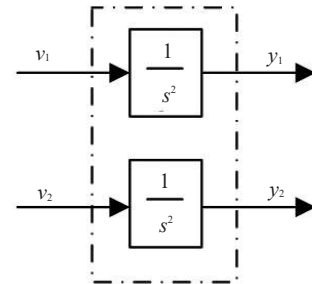


图2中状态反馈阵每个元素的作用在于抵消状态变量间的交联耦合,从而实现每一个输入仅对其相对应的一个输出的自治控制。进而,得到包含积分型解耦器的假肢系统,即本关节角度只与本身力矩有关,效果如图3所示。

图3 解耦后假肢系统效果图



解耦后的动力学模型为:

$$y = \begin{pmatrix} \theta_k \\ \theta_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{s^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s^2} \end{pmatrix} v = \begin{pmatrix} \frac{1}{s^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s^2} \end{pmatrix} (Kx + Fu)$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{k_1}{s^2} & \frac{k_2}{s^2} \\ \frac{k_3}{s^2} & \frac{k_4}{s^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_k \\ \theta_a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{f_1}{s^2} & \frac{f_2}{s^2} \\ \frac{f_3}{s^2} & \frac{f_4}{s^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_k \\ T_a \end{pmatrix}$$

同理,可推得假肢系统摆动期解耦模型。

3 假肢系统驱动及其控制器设计

3.1 假肢系统驱动系统设计

假肢机械结构设计中,膝-踝关节采用两个 EC60 flat

Maxon 电机,减速器采用 MILE 4096 CPT+SHD-20-50-2SH(减速比为 50:1)。膝-踝假肢机械结构见图 4。

通过直接转矩控制实现假肢电机的控制,由控制器产生负载转矩来产生电磁转矩,以驱动假肢的运动,控制系统见图 5。

图 4 膝-踝假肢机械结构图

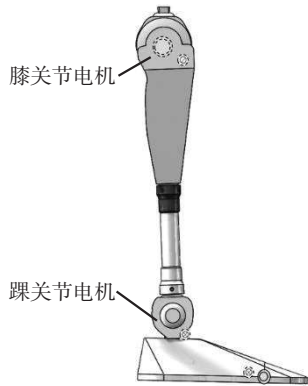
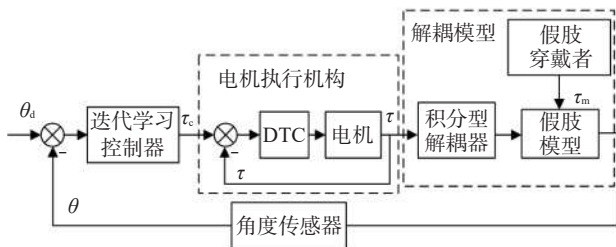


图 5 假肢系统控制结构图



为获取膝、踝关节运动所需的扭矩并实现截肢者的自然运动,需计算其驱动扭矩 τ 。 τ_m 是由截肢者运动时,人体质心前移而产生的旋转力矩,该力矩驱动各关节的运动。根据假肢模型反馈和期望关节角度之间的误差,通过迭代学习控制器,计算电机驱动力矩 τ ,进而完成对解耦后假肢系统的控制。

3.2 假肢运动控制系统设计

本文利用自适应迭代学习控制方法对下肢假肢的膝关节和踝关节进行控制。该假肢系统满足如下假设:

(1)对于 $\forall t \in [0, T]$,期望轨迹 $\theta_d, \dot{\theta}_d, \ddot{\theta}_d$ 及干扰 T_α 有界;

(2)初始值满足:

$$\dot{\theta}_d(0) - \dot{\theta}_k(0) = \theta_d(0) - \theta_k(0) = 0$$

且满足以下四个特征:

a. $M(\theta_k) \in R^{n \times n}$ 为对称正定有界的矩阵;

b. $\dot{M}(\theta_k) - 2H(\theta_k, \dot{\theta}_k)$ 为对称阵,且 $x^T(\dot{M}(\theta_k) - 2H(\theta_k, \dot{\theta}_k))x = 0, \forall x \in R^n$;

$$c. G(\theta_k) + H(\theta_k, \dot{\theta}_k)\dot{\theta}_d(t) = \Psi(\theta_k, \dot{\theta}_k)\zeta^T(t),$$

$\Psi(\theta_k, \dot{\theta}_k) \in R^{n \times (m-1)}$ 为已知矩阵, $\zeta^T(t) \in R^{m-1}$ 为未知向量;

$$d. \|H(\theta_k, \dot{\theta}_k)\| \leq k_c \|\dot{\theta}_k\|, \|G(\theta_k)\| \leq k_g, \forall t \in [0, T], k_c, k_g \text{ 为正的实数。}$$

假肢运动控制系统跟踪误差为:

$$e_k(t) = \theta_d(t) - \theta_k(t) \quad (22)$$

式中, $\theta_k(t)$ 表示假肢系统关节跟踪角度, $\theta_d(t)$ 表示期望角度。

针对下肢假肢运动方程,采取式(23)所示的自适应迭代学习控制方法,控制律为:

$$\begin{cases} T_k(t) = K_p e_k(t) + K_d \dot{e}_k(t) + \varphi(\theta_k, \dot{\theta}_k, \dot{e}_k) \hat{v}_k(t) \\ \hat{v}_k(t) = \hat{v}_{k-1}(t) + \Gamma \varphi^T(\theta_k, \dot{\theta}_k, \dot{e}_k) \dot{e}_k(t) \end{cases} \quad (23)$$

其中, $\hat{v}_0(t) = 0, \varphi(\theta_k, \dot{\theta}_k, \dot{e}_k) \in R^{n \times n}$, 且满足下式:

$$\varphi(\theta_k, \dot{\theta}_k, \dot{e}_k) \stackrel{\text{def}}{=} [\Psi(\theta_k, \dot{\theta}_k) \text{sgn}(\dot{e}_k)]$$

矩阵 $K_p \in R^{n \times n}$, $K_d \in R^{n \times n}$ 和 $\Gamma \in R^{m \times m}$ 为正定对称矩阵,则 $e_k(t), \dot{e}_k(t)$ 有界。进而得到误差收敛。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e_k(t) = \lim_{k \rightarrow \infty} \dot{e}_k(t) = 0, \forall t \in [0, T]$$

4 仿真结果与分析

设置截肢者上身质量参数为 $m_b = 40.71 \text{ kg}$, 假肢的参数设置如表 1 所示。

表 1 假肢模型参数

假肢参数	质量 $m(\text{kg})$	长度 $l(\text{m})$	重心 $r(\text{m})$	转动惯量 $I(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$
大腿($i=1$)	2.14	0.42	0.20	$2.14 \times 9.4 \times 10^{-3}$
小腿($i=2$)	1.84	0.39	0.15	$0.41 \times 9.4 \times 10^{-3}$
足部($i=3$)	0.76	0.21	0.088	$0.39 \times 9.4 \times 10^{-4}$

以膝-踝假肢系统和假肢解耦系统为受控对象,控制输入为膝关节和踝关节的力矩,使用自适应迭代学习控制, k 为迭代次数,假肢解耦前后两个系统角度跟踪如图 6—7 所示。

其中红色实线为期望角度,蓝色虚线为跟踪角度。未解耦假肢膝、踝关节在迭代三次以后基本跟踪期望轨迹,而解耦后的优化系统在迭代第二次时基本跟踪期望轨迹。

角度跟踪误差收敛图如图 8 所示。膝-踝假肢未解耦系统中,膝关节第一次迭代的误差在 5.265° ,踝关节第一次误差在 5.848° 。两关节均在前三次迭代周期内收敛速度最大,经过六次迭代跟踪误差逐渐降低,保持在 0.107° 的误差精度内。而解耦后系统,膝关节第一次迭代误差就达到了 0.701° ,踝关节为 1.121° ,两关节在一次迭代后就迅速收敛,最终经过六次迭代周期跟踪误差保持在 0.005° 。由此可以看出解耦后系统跟踪收敛速度加快且收敛误差降低。

图6 膝-踝关节未解耦角度跟踪图

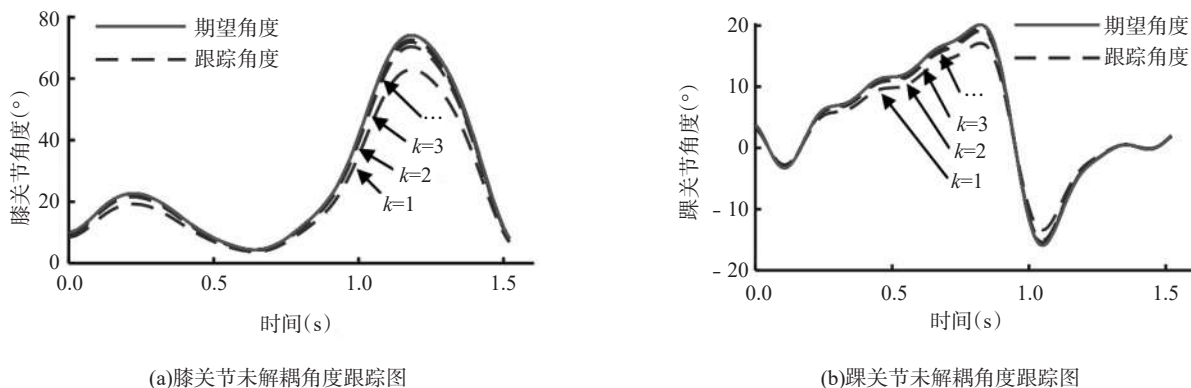


图7 膝-踝关节解耦后角度跟踪图

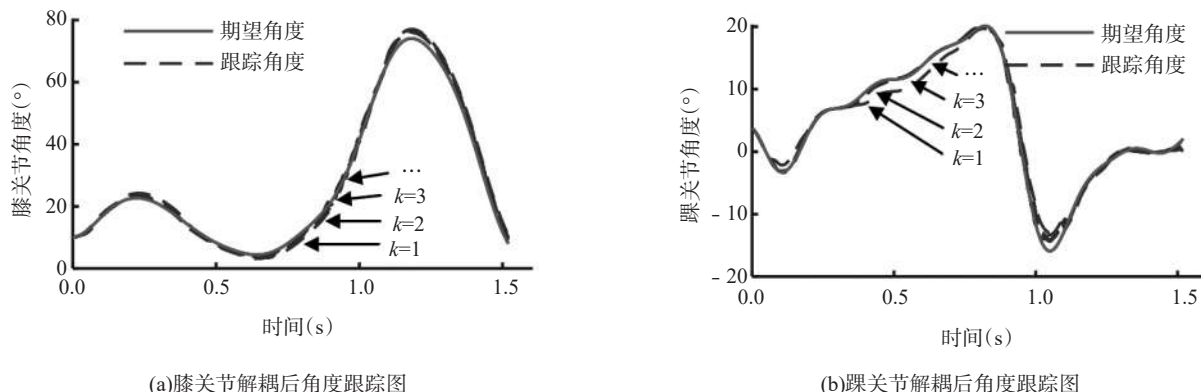
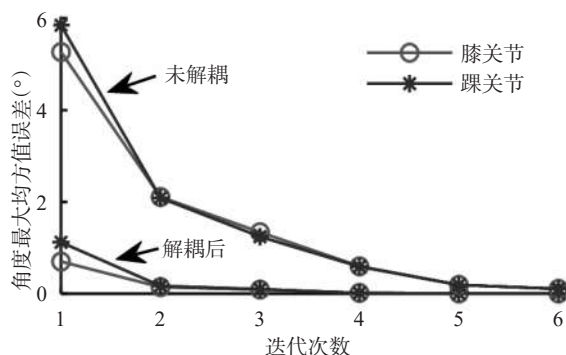


图8 假肢关节角度跟踪误差收敛图



5 结论

本文设计了积分型下肢假肢解耦器,有效使高阶、非线性、强耦合的假肢系统简化为两个单输入、单输出系统。此解耦器能使假肢系统运动轨迹得到快速准确跟踪,收敛误差降低,实现下肢假肢的协调运动控制。本文工作为今后多关节假肢提供了动力学模型简化方法,为后续控制奠定了基础。

参考文献

- [1] 王启宁,郑恩昊,陈保君,等.面向人机融合的智能动力下肢假肢研究现状与挑战[J].自动化学报,2016,42(12):1780—1793.
- [2] Ledoux ED, Goldfarb M. Control and evaluation of a powered transfemoral prosthesis for stair ascent [J]. IEEE Trans Neural Syst Rehabil Eng,2017,25(7):917—924.
- [3] Unal R, Behrens S, Carloni R, et al. Conceptual design of a fully passive transfemoral prosthesis to facilitate energy-efficient gait [J]. IEEE Trans Neural Syst Rehabil Eng,2018,26(12):2360—2366.
- [4] 杨鹏,刘作军,耿艳利,等.智能下肢假肢关键技术研究进展[J].河北工业大学学报,2013,42(1):76—80.
- [5] 马玉良,徐文良,孟明,等.基于神经网络的智能下肢假肢自适应控制[J].浙江大学学报:工学版,2010,44(7):1373—1376.
- [6] Chen Y, Xuan B, Geng Y, et al. Modeling and control of knee-ankle-toe active transfemoral prosthesis [J]. IEEE Access,2020,8:133451—133462.
- [7] Valentin F, Tobias M, Alexander H, et al. Dynamic model-

(下转第1554页)